Azur Revista Centroamericana de Filosofía
VOL. 4, No. 7, Enero-Junio, 2023, 17-34
ISSN 2215-6089

Arturo Bernardo Lara Monserrat

El campo de los números naturales: su génesis, lógica interna y sus propiedades

RESUMEN

La presente investigación intenta demostrar que los números primos no se encuentran distribuídos al azar, sino, por el contrario, que tienen un patrón interno encargado de organizarlos y distribuirlos a lo largo de toda la serie que conforma los mismos. Se procede, para tal demostración de su patrón interno, revisando los antecedentes históricos del campo de los números naturales, puesto que los números primos son números naturales. Se trata de demostrar la relevancia que estos números primos poseen dentro del campo total de los números naturales y, por la misma relevancia que poseen, se demuestra la enorme importancia que posee el análisis y examen de dichos números. Como trabajo investigativo que es el, procede por pasos metodológicos exhaustivos y rigurosos para develar, finalmente, dicho patrón interno de estos números primos.

Palabras Claves: números primos, campo de los números naturales, primos atómicos, primos moleculares, composición interna de los números primos, patrón interno de los números primos.

Abstract: The present investigation tries to demostrate that the primer numebers are not randomly distributed, but, on the contrary, thet they have an internal pattern in charge or organizing and distibuting them throughout the entire series that makes up the same. For such a demostration of its internal pattern, we proceed by reviewing the historical background of the field or natural numbers and, due to the same relevance that they have, the enormuos importance of the analysis and examination of the said numbers is demostrated. As an investigative work that it is, it proceeds through exhaustive and rigorous methological steps to finally derive said internal pattern of these prime numers.

Keyswords: prime numbers, field of natural numbers, atomic primes, molecular primes, internal composition of prime numbers, internal pattern of prime numbers.

Autor/ Author
Arturo Bernardo Lara Monserrat
Universidad de San Carlos de Guatemala
Correo: alaramont15@gmail.com

Recibido: 07/07/2022
Aprobado: 12/12/2022
Publicado: 30/05/2023

Azur Revista Centroamericana de Filosofía
VOL. 4, No. 7, Enero-Junio, 2023, 17-34
ISSN 2215-6089

1. Introducción

El presente trabajo es una investigación sobre el campo de los números naturales. Dentro del campo de los números naturales, *los números primos* resultan sumamente relevantes, puesto que, como su nombre lo indica, son los ladrillos o piezas fundamentales sobre las que se construye todo este campo numérico. Por lo tanto, el presente trabajo, inicia investigando todo el campo de los números primos, para tratar de dilucidar sus propiedades más internas y fundamentales y tratar de comprender el resto de los números, que no son primos, como un resultado de éstos. Aquí se parte del supuesto fundamental que afirma que el campo de los números naturales será comprendido en su lógica interna y profunda, sólo a condición de poder demostrar *cómo se generan* dichos números; pero también, *por qué se generan*; cómo se relacionan entre sí y qué sentido tiene dicha relación entre cualesquiera números que pertenecen a este campo numérico. Creo que si no se satisfacen estas condiciones, nunca quedará plenamente explicitado todo el sentido y la gran utilidad que tienen dichos números, no sólo dentro del campo de la matemática, sino también dentro del papel tan importante que desempeñan en la vida práctica. De paso, y para finalizar esta introducción, en este trabajo me adhiero a la premisa que sustenta que la matemática tiene un fundamento ontológico en la naturaleza, más que ser una invención humana.

I Parte

2. Antecedentes históricos del campo de los números naturales

A continuación, trataré sobre los antecedentes principales que conoce el campo de los números naturales y, dentro de dicho campo, el conocido problema de los números primos, el cualha consistido, básicamente, en tratar de encontrarles un patrón númerico, mediante el cual puedan ser comprendidos en su lógica interna propia, así como el de tratar de aclarar su propia naturaleza. Precisamente, dentro de éstas tres últimas líneas, se encuentra delineado el propósito de este trabajo.

Diofanto de Alejandría (siglo III d.c.) asienta el origen de la aritmética; aunque probablemente tal disciplina sea de más antigua data. Los datos que se tienen proponen a este autor dentro de los trabajos pioneros llamados *La aritmética*. Comienza su obra definiendo las diferentes clases de números, desde la segunda hasta la sexta potencia de una variable. Dicho autor afirma: "El número que no tiene ninguna de estas características, sino que sólo contiene en sí una indeterminada multitud de unidades se llama arithmos, que literalmente se traduce como *el número*". También es el primer matemático que introduce el signo de sustracción. No aparece en él una alusión directa al tema de los números primos; sólo el tratado particular del número 13, expresado como la suma del cuadrado de "2" y "3", respectivamente. Sin embargo, por la alusión indirecta de los números primos, se observa que ya tenía un conocimiento de éstos, al menos, como números divisibles entre ellos mismos y la unidad. Al respecto, también dice: "los giregos sabian que $2^n – 1$, debía dar un número primo".

Por su parte, Carl F. Gauss (1777-1855) intentó, sin haberlo logrado, un proyecto matemático que consistió en tratar de fundamentar empíricamente una genometría no euclidiana. También en el campo de los números primos, afirma: "[...] 317 es un número primo, no porque nosostros lo creamos, o porque nuestras mentes estén hechas de una forma u otra, sino porque es así, porque la realidad matemática esta construída así". En 1795 propone sus primeras aproximaciones para la función $\pi(n) \sim (n/Ln$ "n"), que es el número natural "n" sobre el natural "n"; afinando aún más este cálculo, se demuestra que: $Li\ (n) = \int_2^n dx/\ln x$, con esta fórmula calculó los números primos hasta el orden de magnitud n= 3.000.000. Liberado de la necesidad de escribir una obra, Gauss puso su atención en la teoría de los números. Esta teoría se remonta a los antiguos griegos. Las pruebas de Euclides sobre la infinitud de los números primos y la forma de los números perfectos pares, son dos de sus primeros resultados. Desde entonces, se habrían ido añadiendo nuevos resultados o nuevas conjeturas.

Lagrange habría probado que cada entero podía ser expresado como la suma de no más de cuatro caudrados; y Golbach, que todos los números pares (excepto el 2) podían ser expresados como sumas de dos números primos. Sin embargo, en cuanto al problema de los números primos en específico, Gauss logró mostrar la probabilidad de hallar números primos dentro de un rango que va, por ejemplo, de 1 a 99. Fermat es otro matemático importante que formula el llamado número primo que lleva su nombre, "número primo de fermat", el cual es un número primo de la forma $2^n \div 1$, donde "n" es una potencia de "2". Lamentablemente esta fórmula falla cuando se introducen números muy grandes; el mismo Gauss ya especuló con la idea de que no hay números primos de Fermat.

Los matemáticos Legendre, Riemann y Gauss habían conjeturado que $\prod(x)$, es una función que cuenta todos los números primos menores que "x", cuando esta se aproxima, asintóticamente, a Li(x), es decir $\prod(x)/Li(x)$ tiende a "1", donde: $Li(n) = \int_2^n dx/\ln x$.

En esta publicación histórica, Riemann introduce nuevos métodos para abordar este problema. Comienza introduciendo una serie infinita de potencias inversas de exponentes "s". Se trata de una serie que primero fue estudianda por Euler a mediados del siglo XVIII, quien probó que para s= 2, la suma de la serie infinita es igual $\pi/6$, Riemann la nombra la función zeta; más formalmente la función zeta está presentada como: $\zeta\ (s) = \sum^{\infty}_{n=1} 1/n^s$. El matemático Euler aportó la conexión entre los números enteros de la función "ζ" y los números primos, al notar que gracias a una factorización única sobre el campo de los números enteros, la suma de la serie infinita de potencias inversas, cuyo exponente es "s", la expresión matemática de la función "zeta" puede ser reescrita como el producto de la serie geométrica infinita de cada número primo "P. Se afirma que los "ceros no triviales" de esta función, sobre el eje de coordenadas en el que coincide, deberían encontrarse, teoricamente, la distribución de los números primos. Esta es llamada *hipótesis de Riemann,* misma que no ha podido ser demostrada en la actualidad. Algunos autores opinan que Riemann era perspicaz, pero que su hipótesis no debe ser tomada en serio, en realidad.

3. Primera parte: los números primos, el problema fundamental

He obtenido evidencia, por el tiempo que llevo trabajando sobre este problema, que un método plausible para iniciar la exploración del posible patrón de los números primos, es iniciar por apartar y diferenciar, en un método de exclusión, los primeros primos, es decir aquellos números comprendidos entre el rango de 1 a 10, para luego proceder a extraer todos los múltiplos posibles de éstos números. Dicho método me ha mostrado que, dentro del rango de números naturales comprendido entre el 10 y 100, tomándolo como intervalo cerrado, resulta que el *conjunto de dichas series de números, obtenidos por las fórmulas 2n, 3n, 5n y 7n* respectivamente, en la sucesión producida para cada una de ellas, obtengo una sucesión que contiene aquellos números que no son primos y, a su vez "saltando", por así decirlo, en una unidad exactamente, todos *los números primos que se corresponden con este rango que va 1 a 100.* Este resultado es más importante de lo que parece a simpple vista. Este salto de una unidad exactamente, se repite sin excepción alguna, dentro del rango mencionado de 1 a 100. Entonces se deduce, que *los números primos*, comprendidos dentro del rango mencionado, *se ocultan dentro de la serie en mención, junto a la unidad, a la cual va inescindiblemente unidos*. A estos números primos, junto a la unidad "que en la que se ocultan", entre todos los múltiplos posibles de 2,3,5 y 7, le he denominado *singularidad matemática*. Aquí se afirma que este no es resultado para nada despreciable, y que, por lo tanto, juega un papel de suma importancia en la elaboración del presente problema, como de hecho se demostrará más adelante. Esto último es un resultado esperado, debido a que se han excluido, mediante este procedimiento, todos los múltiplos posibles de 2,3,5 y 7 respectivamente. Pero luego, este procedimiento falla, aparentemente, cuando se aplican a los siguientes rangos, dígase: de 101 a 200, de 201 a 300, etc. El problema con en el que se topa aquí, es que los primos que pertenecen al rango entre 1 y 100, se combinan, a su vez, en cada uno de estos intervalos, y fuera de esto, también aparecen números que son el producto de la combinación de los mismos primos obtenidos dentro del primer intervalo propuesto. Pero, al propio tiempo, he podido comprobar que *éstas dos clases de números* de todos modos obedecen a la tendencia original hallada en el primer rango de números que va de 1 a 100; esto se comprueba al seguir descomponiendo dichos *números combinados* y reducirlos a sus múltiplos originales, en combinación con la *unidad*. Después de obtenida esta evidencia tan importante, comprobada varias veces, y con números muy grandes, he percibido ahí un principio matemático, el cual lleva implícito un supuesto que necesariamente hay que hacer, a saber: *llamar primos atómicos o básicos,* a aquellos primeros números comprendidos entre el rango de 1 a 10, por las siguientes razones: a) que todo número primo compuesto que genera otro número no-primo, producto de la combinación de éste con otros números, invariablemente puede ser reducido a una combinación específica de los aquí llamados "primos atómicos" y la unidad. b) Que estos primeros primos generan todos los múltiplos posibles que los números compuestos, en general, poseen. c) Que tipifican, de modo muy adecuado, la organización interna tanto de los números primos atómicos, como de los primos compuestos, de los no-primos tanto atómicos como compuestos, y de aquellos números que son el producto de dos o más primos.

Y d) que, finalmente, revelan un patrón interno que afirma, de modo implícito, una *relación inescindible* entre los "primos atómicos", junto a la unidad y los primos compuestos.

De todas las conclusiones planteadas con antelación, la que ofrece mayor dificultad de aceptación del supuesto que acabo de platear, es el de los llamados "primos atómicos", junto a la conclusión del inciso (a). Pero me dedicaré, en lo que sigue de este trabajo, a demostrar en profundidad tales cuestiones.

Primero que nada, y de modo fundamental, notese que la definición esencial de un primo, es la que afirma que *primo es aquel número que es divisible únicamente entre el mismo y la unidad.* Si esto es así, es porque en el fondo de esta definición existe lo que he denominado un "principio de exclusión", que dice que todo primo es divisible entre sí mismo y la unidad porque el mismo (el primo) es el resultado, a su vez, de la exclusión total de cualesquiera múltiplos que están sintetizados en la relaciones de conjuntos que mostraré a continuación dando, en consecuencia, la siguiente clasificación, válida para los primos compuestos, es:

A) No son múltiplos de 2
B) No son múltplos de 3
C) No son múltiplosde 5
D) No son múltplos de 7

Esta definiciones, en sentido negativo, es también sumamente significativa.

Los mencionados conjuntos a los que hago alusión, son los siguientes:

$\beta = \{x/x;\ x=2n\}$; este conjunto da todos los múltiplos posibles de "2".
$\delta = \{x/x;\ x=3n\}$; este conjunto da todos los múltplos posibles de "3".
$\eta = \{x/x;\ x=5n\}$; este conjunto da todos los múltplos posibles de "5".
$\epsilon = \{x/x;\ x=7n\}$; este conjunto da todos los múltiplos posibles de "7".

Luego, llamemos conjunto "kappa" a la unión de β,δ,η y ϵ respectivamente. El resultado final de "κ", es el conjunto de todos los númeos no-primos compuestos, excepto aquellos números cuyos factores son primos compuestos entre sí. Sin embargo, si enmarcamos el conjunto "κ" mencionado hasta el número 100, veremos con claridad el fenómeno mencionado al inicio de este trabajo: la serie en mención "*salta exactamente todos los números primos compuestos que están comprendidos en el rango de 10 a 100, sin excepción alguna".* Y dicho "salto" se corresponde con lo que llamé "*singularidad matématica", es decir, el número "1" se encuentra oculto en todo el recorrido de la serie mencionada. Si este número oculto sale a la luz, o sale de su sombra, entonces se incluyen los números primos que se corresponden con el rango ya mencionado*. Sí se aplica *sistemática y repetitivamente* lo que he colocado en negrillas, entonces se obtiene la ecuación siguiente:

$P_x = [N_a + 1]$© …………….(1)…….Principio restringido.

Vamos a llamarle a (1), ecuación fundamental por varias razones. Esta ecuación contiene la defición fundamental que atraviesa todo este trabajo, a saber: que un número primo cualquiera, siempre se puede expresar como equivalente a su antecedente más próximo, aquel que dista de él exactamente la unidad, más la unidad, con lo cual la unidad se presenta ya como un número fundamental. Esta ecuación expresa que dentro del rango que va de 1 a 100, un número primo cualquiera se obtiene de la suma de un número *número antecedente más próximo al primo en cuestión, y la unidad*. ¿Cómo se justifica esta regla? Se justifica en el fenómeno que desde el inciso (a) se analizó al principio de este trabajo. Es decir, hay un factor causal que hace que al eliminarse los primeros primos de la serie numérica, la serie que sigue *salte exactamente todos los números primos compuestos que se encuentran en el rango de 10 a 100, sin excepción alguna.* Así que, basado en esto, he deducido la regla de que todo número primo puede descomponerse, en cualquier momento, en un *no primo al que sumamos la unidad,* debido a que la serie de 10 a 100 que ya he citado, a la cual llamaré *"serie original", muestra que cuando la unidad sale a luz o de su ocultamiento dentro de esta serie original,* entonces se *incorporan a la mencionada serie todos los primos compuestos faltantes.* Lo que se ha puesto en negrilla le he llamado *"principio",* puesto que se observa que al menos en el rango de números que va de 1 a 100, la afirmación anterior siempre se cumple, aunque sea por el momento un principio restringido. Por ello, la ecuación fundamental (1) señala que, cualquier número primo, sin excepción alguna, *es igual a su antecdente más la unidad.* La afirmación anterior es suma importancia, como ya se verá, sino que ha hecho posible una generalización que es en extremo importante. Sobre la base de esta generalización, ahora (1) puede reescribirse como:

$P_x = [N_a + 1]^{©}_{f}$ …………………(1)………Principio generalizado.

La ecuación (1) indica lo siguiente: © significa un operador matemático, que *somete el término entre corchetes a un patrón iterativo-recursivo-regresivo, indefinido, en forma abreviada puede ser llamado, "operador recursivo". Por su parte, la "f" que está en el sub índice, es otro operador matemático que "informa" que el primo que se somete a descomposición, debe ser factorizado hasta sus límites, es decir, hasta que se exprese en función de sus factores primos fundamentales. Se entiende por factores primos fundamentales al conjunto de números: 2,3,5 y 7. Finalmente, estos dos operadores se aplican uno después del otro, en orden gerarquico, es decir, primero © y luego el subindice "f", por cada momento iterativo-recursivo-regresivo, que se vaya sucediendo, hasta finalizar el proceso como tal.* El procedimiento termina cuando el primo en cuestión ha sido totalmente descompuesto en sus primos fundamentales, o bien ya no queda algo por factorizar. Finalmente, esta ecuación es válida para el rango que va de 1 a infinito. El término N_a, significa que el número colocado en la vecindad inmediata de un primo compuesto es, su antecedente más próximo. (Vease apéndice en los que se dan múltiples ejemplos del funcionamiento de la ecuación (1)).

En seguida, se comprueba que cuando el número primo compuesto crece indefinidamente, la ecuación fundamental (1), toma la siguiente forma:

$$P_x = \sum_{i=1}^{n} [2^r.3^s.5^t.7^v]_v^{©} + 1\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2).$$

Siendo la © del super índice el mismo factor iterativo-recursivo-regresivo de la ecuación fundamental (1),que muestra un patrón recursivo; la "v", sub indice, indica que ese factor recursivo, además de indefinido, es variable. Los exponentes *r, s, t* y *v,* tienen un nexo matématico definido entre sí, de modo que cuando *"r"* adquiere un valor determinado, los exponentes *s, t* y *v,* adquieren valores en función de *"r";* se puede afirmar que entre los exponentes *r, s, t* y *v,* existe una *relación sistémica*. Además, los sumandos se encuentran también en relación *sistémica* entre sí, de modo que el primero de los sumandos obtenidos determina los restantes. Estas son las condicones fundamentales que cumple (2), en cuanto al cálculo de números primos. Por lo anteriormente expuesto, es evidente que se trata de una ecuación matemática sumamente peculiar.

Hemos dado hasta aquí grandes pasos. ¿Por qué? Porque hemos descubierto las siguientes cuestiones fundamentales:

1) Los números primos poseen un patrón matemático que ahora queda claramente definido y, por lo tanto, no se encuentran distribuidos aleatoriamente.

2) El patrón matemático que revelan los números primos, cumple con los siguientes principios:

2.1. Cualquier número primo siempre es equivalente a su antecedente inmediato más la unidad.

2.2. El principio anterior es generalizable cuando se aplica en la forma de patrón iterativo-recursivo-regresivo e indefinido.

2.3. Cuando se analiza un número primo compuesto cualquiera, y en la medida que éste crece revela la forma matemática exhibida en la ecuación (2); la que se muestra como una ecuación muy peculiar debido a las condiciones que debe cumplir para generar números primos exclusivamente.

2.4. El patrón matemático interno que revelan los números primos, en su totalidad, es consistente, fundamentalmente, con un patrón recursivo-interativo, indefinido-variable, de tipo regresivo, adherido a lo que se ha denominado "*ruta genésica*".

2.5. En su forma inmenentemente matemática, el patrón númerico de los números primos puede definirse como la suma finita, de la combinación infinita, de los primos atómicos o básicos, en asociación con la unidad.

3) Los números primos pueden ser también definidos por ***el principio de exclusión***, es decir y en esencia, los números primos son "primos" en la medida que excluyen de su formulación al conjunto de primos fundamentales 2,3,5, y 7, pero que, al propio tiempo, los incluyen en su composición de modo necesario y fundamental; en especial los aquí llamados "primos compuestos o moleculares".

4) Debido a la participación activa que tiene el conjunto de números 2, 3, 5 y

7, y debido a que todo primo compuesto se reduce, en última instancia, a la combinación infinita de estos primos primarios, he denominado a estos "*primos atómicos*", reservando el nombre de "*primos moleculares*" a los que se derivan de los primeros.

5) La expresión, de la propia singularidad matemática, cuando los primos en cuestión junto a la unidad salen de su sombra, crea las condiciones de posibilidad para la generación de números primos.

6) "n" en la ecuación (2) es igual al número de primos genésicos antecedentes mas uno (1), que tenga el primo compuesto sometido a descomposición, según el caso.

La conclusión (6), será profundizada y aclarada a continuación.

Cada momento iterativo-recursivo-regresivo, dado como patrón matemático único, muestra que cada primo compuesto, en la medida que se somete a descomposición, descomposición que es posible gracias a que poseen *una ruta genésica,* muestra que están interconectados formando una serie matemática única, que lleva al primo compuesto último, *únicamente a través de esta vía de la ruta genésica y no de otra.*

Si cada primo compuesto posee, de modo invariable una "*ruta genésica*", entonces significa que no sólo los primos, sin excpeción alguna, están íntimamente interconectado entre sí, sino que los primos compuestos, en especial, son *el producto de una adición progresiva, de primos genésicos antecedentes, resultado de la serie matemática que produce la ruta genésica ya mencionada.* Se dice "en especial", porque también los llamados aquí "primos atómicos" siguen esta misma línea, de modo que este último planteamiento es generalizable a todo el conjunto de los números primos. Esta última conclusión es de suma importancia, ya que hasta ahora se ha creído que los números primos poseen estricta individualidad y aquí se rompe con esta concepción.

La conclusión anterior, afecta también a todo el conjunto de los números no primos, ya que se demuestra que éstos números *son derivados de áquellos; los números primos en general, generan los números no primos, cuando se genera la llamada "ruta genésica".*

4. Generalizaciones, a partir de los números primos y sus propiedades, a todo el campo de los números naturales

La primera de estas generalizaciones, se desprende de que, como queda demostrado, lo primero que debe salir de la sombra a la luz es la unidad, misma a la que he denominado como singularidad matemática. Sí tomamos como referencia demostrativa la ecuación (2), entonces notamos que si los exponentes "r", "s", "t" y "v", son todos iguales a "0", y el super indice de la sumatoria es igual a "1", entonces el único número, posible de generar, es la unidad. O bien, en la ecuación fundamental (1), tengo "0" dentro del corchete, ya que **en** *ese momento no existe primo alguno, entonces el resultado es la unidad.* De esto se desprende que el primer número natural que debe existir, *por necesidad*, es la unidad.

Azur Revista Centroamericana de Filosofía
VOL. 4, No. 7, Enero-Junio, 2023, 17-34
ISSN 2215-6089

La segunda generalización, conecta la unidad a la generación de los restantes primos, del siguiente modo: una vez surgida la unidad, la misma actúa como el valor del exponente "r", de la ecuación (2), generandose, en consecuencia, el primo atómico "2"; pero en la ecuación (1), una vez generada la unidad, podemos introducir dentro del corchete la misma unidad, que no posee patrón recurivo-interativo-regresivo, ya que "reproduce la misma unidad", debido a su propiedad de elemento neutro dentro del campo de los números naturales; por lo tanto, el resultado final, a partir de la ecuación (1) es el primo "2". En seguida, sí a la unidad se le suma "2", entonces, entre el "2" y la unidad, se genera el siguiente primo atómico "3"; en seguida, si a "2" se le suma "3", entonces se genera el primo atómico "5" y, finalmente, si a "5" se le suma "2", se obtine el último de los primos atómicos que es "7". Como puede notarse, dentro de esta segunda generalización, el primo "2", ha jugado un papel fundamental en la generación de los restantes primos atómicos 3,5 y 7.

La tercera generalización se refiere a que si ahora combino, de modo indefinido, los primos atómicos 2,3,5 y 7, sin la participación de la unidad, entonces obtengo todos aquellos números que no son primos, excepto aquellos números que no son primos debido a que son el resultado de los combinación de primos compuesto o moleculares entre sí. Dicho de modo más consiso es: la combinación indefinida de los primos atómicos, sin la participación de la unidad, genera el conjunto de todos los números no primos, excepto aquel conjunto que es el resultado de la combinación indefinida de los primos moleculares entre sí. El referido conjunto es, a su vez, un subconjunto del conjunto de los números naturales. En su formulación matemática estricta tenemos que si:

$\beta = \{2n/n \in N\}$, genera todos los múltiplos de "2".
$\delta = \{3n/n \in N\}$, genera todos los múltiplos de "3".
$\eta = \{5n/n \in N\}$, genera todos lo múltiplos de "5". Y
$\epsilon = \{7n/n \in N\}$, genera todos los múltiplos de "7".

Sí ahora operamos una unión de estos conjuntos, tenemos:

$\beta \cup \delta \cup \eta \cup \epsilon = \kappa$; estamos llamando "κ", a la unión de estos conjuntos. Precisamente "κ" es el conjunto resultante de la tercera generalización.

En su formulación matemática generalizable, la ecuación es:

$$P_x = [2^r.3^s.5^t.7^v]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3).$$

En seguida tengo otro posible conjunto que también pertenece al conjunto de los números naturales, y son todos aquellos números que son el resultado de la combinación infinita de los primos atómicos entre sí, con cualesuiera números naturales. La fórmula que es capaz de generarlos, resulta ser una construcción congugada de el *concepto de progresión aritmética* y el *concepto de progresión geométrica*; asistimos a lo que se denomina *"conjunción matemática"*, y adquiere la forma siguiente:

$N_x = n(2^r.3^s.5^t.7^v)$, con n= 1,2,3,……∞. Y con r=0,1,2,3,…∞; s=0,1,2,3….∞; t=0,1,2,3,…∞ y v= 0,1,2,3,…∞.

Llegados aquí podemos, a su vez, unir el conjunto κ al conjunto w, formado por $N_x = n(2^r.3^s.5^t.7^v)$, de modo que ampliamos el conjunto de los números naturales. Ahora sólo quedan por agregar dos conjuntos, a saber: el conjunto de los números primos compuestos, así como el conjunto de los números que son el resultado de multiplicar números primos compuestos o moleculares entre sí.

La cuarta generalización incluye al conjunto de todos los números que no son primos, pero como resultado de la combinación de otros primos moleculares entre si; llamemos "G" a este conjunto. En su formulación matemática:

G= $\{p_x.p_n/x,n \in N\}$, siendo $p_{x\ y}\ p_n$, cualesquiera primos moleculares.

La quinta generalización, y la más importante, es a la que vamos a asignar la literal "A", que contiene el conjunto de los primos atómicos o básicos, ya definidos en este trabajo. En su formulación matemática, se tiene que:

A= {2,3,5 y 7}, es el conjunto fundamento. En su formulación consisa, comprimida es: A = $\{p_{a,}$ es primo atómico/$p_a \in N\}$.

Finalmente, llamemos μ, al conjunto unitario formado por la unidad únicamente. μ = {1}.

De modo que puede afirmarse que el conjunto de los números naturales como tal es el resultado de:

N = μ U A U κ U θ, según el modo y el orden en el que se han generado. Se comprende que los números primos compuestos o moleculares no son múltiplos de 2,3,5 y 7, como tampoco de las combinación infinita de estos mismos números, pero si los incluyen en su construcción en la forma de la sumatoria finita, de la combinación infinita, de estos primos atómicos entre sí.

La sexta generalización se refiere a los números naturales que poseen lo aquí se ha llamado *consistencia ontológica, porque son responsables de generar todo el campo de los números naturales, en estrecha colaboración con la unidad, estos son:* los llamados aquí "primos atómicos" que forman el conjunto "A", unidos al conjunto unitario μ.

La séptima y última generalización, se refiere a lo que llamaré "*números con la mayor consistencia ontológica", porque, a su vez, generan los primos atómicos 3, 5 y 7;* se trata de los números "1" y "2".

Finalmente, concluyo que el campo de los números naturales, es un *cuerpo algebraico*, pero no de tipo abeliano, ya que en la concepción novedosa que aquí se propone, el conjunto de números primarios, que se ha visto a todo lo largo de este trabajo, es *un conjunto generatriz*, y no simplemente *un componente más del cuerpo algebraíco en cuestión. De modo que el cuerpo algebraíco al que se reduce todo el campo de los números naturales*, es el siguiente: 1) un conjunto generatriz que vamos a denotar por $N_{g,,}$ este conjunto contendrá, necesariamente, los siguientes elementos:

N_g = {1,2,3,5,7}; 2) una operación de multiplicación denotada por * y 3) una operación suma, denotada por ÷. Con las propiedades de ser conmutativa, asociativa y tener elemento neutro; esta es la formulación final dentro de la que hay que comprender, dentro de una visión novedosa, el campo de los números naturales.

5. Conclusión de la I Parte

Los números primos poseen un patrón interno dado por un patrón recursivo-regresivo, respecto del (P – 1), donde "P" es cualquier número primo. Con los llamados números primos atómicos, formados por el conjuntos de números [2,3,5,7], se pueden construir todos los restantes números primos. Los principios matemáticos desarrollados aquí, demuestran que el campo de los números naturales, pueden expresarse como un "anillo algebraíco", formado por este conjunto de los primos atómicos, un operación de multiplicación y una operación "suma", con las propiedades conmutativa y de elemento neutro.

II Parte

6. Hacia el cálculo exacto de números primos

Recordemos aquí dos cuestiones de suma importancia que servirán para continuar con esta segunda parte de la presente investigación sobre los números primos. En primer lugar, la ecuación fundamental que se estableció en el apartado anterior:

$P(x) = [N_a + 1]^{©}_{f}$…………………………………………………………………… (1).

Esta importantísima ecuación establece que un primo cualquiera puede ser descompuesto en sus factores primos fundamentales, y en la sección anterior se comentó extensamente, y se pusieron, en el apéndice, numerosos ejemplos de la forma en la que se trabajaba. Los resultados obtenidos, con dicha ecuación, demostraban que todo primo llamado molecular, era reductible a la combinación de primos atómicos fundamentales, dígase: 1, 2, 3, 5 y 7. Como podemos notar, el número "1" es considerado aquí número primo, por la enorme función que representa en términos de la generación de números primos en general, además de "sacarlos de su sombra", dentro de la serie general de números naturales. Pero una vez expresado cada uno de estos primos moleculares, en términos de los primos atómicos fundamentales, se hace posible extender esta regla a cualquier número primo a condición de reducir los primos atómicos 3,5 y 7, al primo fundamental "2", y expresar, por lo tanto, la descomposición de cualquier primo en términos, únicamente, de "2" y "1". Llevando a cabo esta reducción, se obtiene lo siguiente:

$2 = 1 +$
$3 = 2 + 1$
$5 = 2^2 + 1$
$7 = 2^2 + 2 + 1$

$1\ 17 = 2^3 + 2^3 + 1 = 2^4 + 1 = 17$

Azur Revista Centroamericana de Filosofía
VOL. 4, No. 7, Enero-Junio, 2023, 17-34
ISSN 2215-6089

$11 = 2^3 + 2 + 1$
$13 = 2^3 + 2^2 + 1$

Cualquier persona suficientemente hábil en algebra, podrá darse cuenta, observando estas estructuras con algún detenimiento, que hay "una dinámica" en la que las estructuras anteriores o primitivas, se van integrando de modo progresivo en las estructuras posteriores. Pero, además, dicha integración, sigue la pauta matemática "2n + 1", es decir las estructuras posteriores son siempre iguales a dos veces la estructura algebraica anterior más la unidad. Pero el *aspecto más importante e interesante con respecto al valor numérico de "n", es que siempre es un número primo, pero no cualquier primo, sino exactamente el número primo que le antecede inmediatamente al número primo anterior.* Ahora bien, cuando se ha hecho esta comprobación que no falla para todos los números primos sin excepción, se comprueba que esto de la sumatoria de la unidad, no se da siempre, y esto el lector lo puede comprobar en especial cuando se trata de general los primos 29 y 31, en donde en el caso del primo "29", la distancia respectiva "para alcanzar" al primo superior es de "3", y en el caso del primo "31", es de "5"; sin embargo, se comprueba al hacer muchos tipos de cálculos, que dejo al lector en libertad de hacer, que siempre las distancias para "alcanzar" al primo siguiente de la serie son, invariablemente: 1, 2, 3, 5 o 7, es decir primos atómicos en todos los casos. Asimismo, y en algunos pocos casos, debe restarse esta distancia, es decir que la pretendida sumatoria de estos primos atómicos, queda realmente abierta, tanto a la suma como a la resta de los mismos, en dependencia de cada caso en particular. Así la fórmula final o ecuación que calcula primos de modo exacto, para todos los casos es:

$P(n) = 2n \mp p_a$……………………………………….(3).

Donde P(n), es un primo cualquiera calcula sobre la base de "n", o valor de "n"; el valor de "n" es siempre el primo anterior inmediato al primo que se está calculando. Tomar en cuenta, entonces, que el rango numérico de "n", es siempre un número primo y, para el caso de la ecuación en particular, es el primo antecedente inmediato al número primo posterior que se esté calculando.

$P_{a,}$ se refiere a la sumatoria o la resta, en su defecto, de cualesquiera de los "primos atómicos" 1, 2, 3, 5 o 7.

Hay un caso en particular, derivado de la ecuación (3), que calcula primos, a condición de que el valor de "n", sea múltiplo de "2", exactamente. Esta Ecuación particular se deriva de la relación $2^2 + 1$, y $2^4 + 1$, la que también funciona si calculamos $2^8 + 1$, y así sucesivamente. Entonces por el método inductivo, resulta la siguiente ecuación cuando esto se generaliza:

$2^n + 1 = P(n)$……………………………………………….(4).

Donde el rango numérico de "n", son. Únicamente, los múltiplos de "2".

Un caso curioso a observar aquí, es que si se hace una *generalización restringida* de la ecuación (4), para que, de modo más abierto, pueda agregarse también la resta

Azur Revista Centroamericana de Filosofía
VOL. 4, No. 7, Enero-Junio, 2023, 17-34
ISSN 2215-6089

de la unidad, se tiene la "ecuación de Mercene", y los llamados "primos de Mercene", producto del cálculo de:

$2^n - 1$……………………………………………………… (5), la cual sólo funciona para ciertos valores primos de "n", de modo restringido.

7. Descomponiendo números primos

Basados en la Ecuación (3), puede observarse, claramente, que se cumple a cabalidad, el principio de "primos genésicos antecedentes", ya postulado en la primera parte de esta investigación (ver postulado en la primera parte), el cual, esencialmente, afirma que todo primo, excepto el número "1", posee uno o más primos antecedentes, que le han dado origen, por ello el postulado se denomina "primos genésicos antecedentes". Este postulado es muy útil tanto a la hora de construir números primos cada vez mayores, sino para seguir el proceso inverso, es decir, descomponer un primo grande en lo particular, hasta sus orígenes, mismos que deben estar en los primos atómicos más fundamentales de todos, a saber: 1 y 2, que bastan, haciendo una amplia generalización de toda esta investigación, para generar todos los primos restantes, sin excepción alguna.

8. Apéndice

En este apartado serán presentadas las deducciones e inferencias que lleva el trabajo aquí presentado.

En principio, sabemos que los primeros números primos son: 2, 3, 5 y 7, dentro del rango de 1 a 10. Vamos a extrae todos los múltiplos posibles de éstos números y observaremos el resultado. Nos valemos para ello de la fórmula que arroja el útlimo término de una progresión aritmética, así:

U = a+(n-1).r………………………………………………………………..(1)

Siendo U, el último término de la progresión, "a" el primer término, "n" el número de términos de la misma, y "r" la razón de ésta.

Calculamos "U" para 2, 3, 5 7 respectivamente. En este caso, a=2, 3, 5 y 7, respectivamente, n= ∞, y r= 2, 3, 5 y 7, respectivamente. Sustituimos en consecuencia en la ecuación (1) y tenemos:

U = 2+(n-1).2 = 2n…………………………………..(2)<<
U = 3+(n-1).3 = 3n…………………………………..(3)
U= 5+(n-1).5 = 5n…………………………………..(4)
U = 7+(n-1).7 = 7n…………………………………..(5)

Así, 2n, 3n, 5n y 7n, producirán todos los múltiplos posibles de 2, 3, 5 y 7, respectivamente. En consecuencia, generamos las siguientes series numéricas infinitas:

$S^{\infty}_{n=1} = 2n$; $S^{\infty}_{n=1} = 3n$: $S^{\infty}_{n=1} = 5n$; $S^{\infty}_{n=1} = 7n$

Luego tenemos, de acuerdo a la teoría de conjuntos:
$C_{NR} = \{ S_{n=1}^{\infty} 2n \}$ È $\{S_{n=1}^{\infty} 3n\}$ È $\{ S_{n=1}^{\infty} 5n\}$ È $\{ S_{n=1}^{\infty} 7n\}$, donde C_{NR}, significa numérico natural restringido, abreviadamente “campo natural restringido”.
De forma abreviada, la expresión anterior, se puede representar así:
∞
$C_{NR} = \{ S$ [2n Ú 3n Ú 5n Ú 7n]} ……………………………………….(6), nótese que con n=1

El conjunto infinito, de cada múltiplo de 2, 3, 5 y 7, genera un campo de números naturales restringido, porque faltan los primos compuestos y aquellos números que son el resultado de el producto de los primos moleculares entre sí, así como el conjunto de todos aquellos números naturales que son el resultado de cualquier múltiplo entero de 2, 3, 5 y 7 por el producto de cualesquiera número primo molecular entre sí. A continuación se ponen varios ejemplos de como se componen los primos moleculares, a partir de la combinación indefinida de los primos atómicos entre sí en asociación con la unidad.

Ejemplos:

$(5.2) + 1 = 11.$

$(2^2.3) + 1 = 13.$

$(2^4) + 1 = 17.$

$(2.3^2) + 1 = 19.$

7.1 Condiciones para generar la serie infinita de primos moleculares

En primer lugar, se aplica la Ecuación fundamental (1):

$P_x = [N_a + 1]_f^{©}$…………………………………………….(1)

Ejemplo 1:
Descomponer el primo: 151

$P_x = [150]^{©}_f + 1 = [2.3.5^2 \div 1]^{©}_f$, esta es la forma final a que se reduce el primo 151.

Ejemplo 2:
Descomponer el primo 349.
Aplicando (1), tenemos:
$P_x = [348 \div 1]^{©}_f$
$P_x = [\ 2^{2\cdot}3(28 + 1)]^{©}_f = [2^{2\cdot}3(28) + 2^2.3] + 1 = [2^2.3(2^2.7) + 2^2.3] + 1 = [2^4.3.7 + 2^2.3] + 1.$
$P_x = [336 + 12]^{©}_f + 1 = 348 + 1 = 349$. Pero la forma final que toma el primo compuesto es de la forma:

$P_x = [2^4.3.7 + 2^2.3] + 1 = 349.$

Ejemplo 3:
Descomponer el primo: 601.
Aplicando (1), nuevamente:

$P_x = [600]^{©}_{f} + 1 = [2^3.3.5^2]^{©}_{f} + 1$, es la forma final que toma el primo en cuestion.

Ejemplo 4:
Descomponer el primo: 947
Aplicando (1), se tiene:
$P_x = [946 \div 1]^{©}_{f} = [2(473)]_f^{©} + 1 = [2(472 + 1)] + 1$
$P_x = [2.2^3(59) + 2]^{©}_{f} + 1 = [2^{4.}(58 + 1) + 2] + 1$
$P_x = [2^4(58) + 2^4 + 2]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^4.2(29) + 2^4 + 2]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^5(28 + 1) + 2^4 + 2]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^5(2^27 + 1) + 2^4 + 2]^{©}_{f} + 1$
$P_x =[2^7.7 + 2^5 + 2^4 + 2] + 1$; es la forma final que adopta este primo.

Sin embargo, y para ver la relación que también tienen los sumandos entre sí de modo sistémico, como ya se apuntó, al realizar las operaciones en el interior del corchete, se obtiene:

$P_x = [896 + 32 + 16 + 2] + 1 = 947$. Nótese que los sumandos individuales guardan una relación sistémica entre sí, además, se observa que el primer sumando, depende el segundo; del primero y del segundo, depende el tercero, etc.

Ejemplo 5:
Descomponer el primo: 3,659. Aplicando (1), nuevamente, se tiene:
$P_x = [3{,}658 + 1]^{©}_{f} = [2.(1829)]_f^{©} + 1$
$P_x = [2.1828 + 1)]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2(1828) + 2]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2.2^2(457) + 2]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^3(456 + 1) + 2]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^3(456) + 2^3 + 2]_f^{©} + 1$
$P_x = [2^3.2^3(57) + 2^3 + 2]_f^{©} + 1$
$P_x =[2^6(57) + 2^3 + 2]_f^{©} + 1$
$P_x =[2^6.3(19) + 2^3 + 2]_f^{©} + 1$
$P(x) = [2^6.3(18 + 1) + 2^3 + 2]_f^{©} + 1$
$P(x) = [2^6.3(18) + 2^6.3 + 2^3 + 2]_f^{©} + 1$
$P =[2^6.3(2.3^2) + 2^6.3 + 2^3 + 2]_f^{©} + 1$

$P= [2^{7.}3^3 + 2^6.3 + 2^3 + 2] + 1$; llegamos a la forma final en la cual puede ser expresado el primo 3659. Los primos genésicos antecedentes para este primo, son: 1829, 457, 57 y 19, respectivamente. O dados en la forma en la que realmente se han generado, la serie es: 19, 57, 457 y 1829, respectivamente. Lo cual significa que el primo compuesto 3659, es una construcción progresiva que pasa, para dicha construcción, por la ruta genésica, a su vez de los primos 19, 57, 457 y 1829, respectivamente.

Ahora bien, para que a semejanza de los ejemplos que anteceden se note la relación sistémica entre los sumandos, tenemos, operando el interior del corchete:

$P_x = [3{,}456 + 192 + 8 + 2] + 1$; notamos la relación estrecha y sistémica entre los cuatro sumandos en consideración. Además la relación sistémica existente entre los "primos atómicos" que componen cada sumando individual y, finalmente, la relación sistémica de los exponentes a los que está elevado cada primo atómico en particular; puede notarse como todos estos elementos siempre tienen una relación con la totalidad de la expresión, guardándose una armonía en todos los aspectos.

Ejemplo 6:
Descomponer el primo 4,021.
Aplicando..(1), tenemos:

$P_x = [4{,}020 \div 1]^{©}_{f} <$
$P_x = [2^2.3.5(67)]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^2.3.5(66 + 1)]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^2.3.5(66) + 2^2.3.5]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^2.3.5(2.3.11) + 2^2.3.5]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^3.3^2.5(11) + 2^2.3.5]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^3.3^2.5(10 + 1) + 2^2.3.5]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^3.3^2.5(10) + 2^3.3^2.5 + 2^2.3.5]^{©}_{f} + 1$
$P_x = [2^4.3^2.5^2 + 2^3.3^2.5 + 2^2.3.5] + 1$; es la forma final que adopta este primo.

Los primos genésicos antecedentes para este número, son:4,021. 67 y 11 respectivamente. En sentido inverso, desde el origen, la ruta genésica para este primo compuesto es: 11, 67 y 4,021.

De nuevo notamos las ya citadas relaciones sistémicas entre los sumandos entre sí, entre los primos atómicos que invariablemente participan y los exponentes que acompañan a cada primo atómico en particular.

De nuevo, si se opera lo que está al interior del corchete, tenemos:

$P_x = [3{,}600 + 360 + 60] + 1 = 4{,}021$, evidencia el tema de los sumandos "sistémicos", ya apuntado.

Ejemplo 7:

Este último ejemplo, ejecutado sobre un primo mucho mayor, terminará de poner en evidencia lo que aquí se ha sostenido a lo largo del trabajo.

Descomponer el primo: 11,059.

Azur Revista Centroamericana de Filosofía
VOL. 4, No. 7, Enero-Junio, 2023, 17-34
ISSN 2215-6089

Aplicando de nuevo (1), se tiene:

$$P_x = [11058 \div 1]^{\copyright}_{f}$$
$$P_x = [2.3(1843)]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2.3(1842 + 1)]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2.3(1842) + 1)]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2.3(1842) + 2.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2.3.2.3(307) + 2.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2^2.3^2(307) + 2.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2^2.3^2(306 + 1) + 2.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2^2.3^2(306) + 2^2.3^2 + 2.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2^3.3^4(17) + 2^2.3^2 + 2.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2^3.3^4(16 + 1) + 2^2.3^2 + 2.3]^{\copyright}_{f} + 1$$

$P_x = [2^7.3^4 + 2^3.3^4 + 2^2.3^2 + 2.3] + 1$; es la forma final que adquiere este primo.

Nuevamente se observan las relaciones sistémicas entre los sumandos, entre los primos atómicos involucrados y entre los exponentes a lo que está elevado cada primo atómico en lo particular.

Ejemplo 8:

Descomponer el primo: 80,329

Utilizando….(1), nuevamente, se tiene:

$$P_x = [80{,}328\ 1]^{\copyright}_{f} = [2^3.3(3347)]^{\copyright} + [2^3.3(3346 \div 1)]^{\copyright}_{f} + 1<<$$
$$P_x = [2^3.3(346) \div 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1 = [2^3.3(2.7)(239) + 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1<$$
$$P_x = [2^4.3.7(239) \div 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1 = [2^4.3.7(238 \div 1) + 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1<$$
$$P_x = [2^4.3.7(238) + 2^4.3.7 \div 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1 = [2^4.3.7(2.7)(17) + 2^4.3.7 \div 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2^5.3.7^2(17) + 2^4.3.7 \div 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1 = [2^5.3.7^2(16 + 1) + 2^4.3.7 \div 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1$$
$$P_x = [2^5.3.7^2(2^4) + 2^5.3.7^2 \div 2^4.3.7 + 2^3.3]^{\copyright}_{f} + 1$$

$P_x = [2^9.3.7^2 + 2^5.3.7^2 + 2^4.3.7 \div 2^3.3] + 1$, esta es la forma final que adquiere el primo en cuestión, en su descomposición fundamental.

Nótese, nuevamente, la relación sistémica tanto entre sumandos, como entre los exponentes, operemos el interior del corchete y queda:

$P_x = [\ 75{,}264 + 4{,}704 + 336 + 24] + 1$, en donde, nuevamente, se pone en evidencia la ruta genésica, dentro del corchete, que ha participado en la construcción de este primo molecular.

También se pone en evidencia que, en la medida en la que el primo en cuestión se va haciendo progresivamente más grande, la ecuación (1), fundamental, se transforma en:

$$P_x = \Sigma^{n}\, i_{=1}\, [2^r.3^s.5^t.7^v] + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

Ecuación derivada, de mucha importancia, afirma que, en especial, los primos compuestos se reducen a la combinación infinita de los primos atómicos, en su mutua iteración-recursiva-regresiva, asociados a la suma finita de sus antecedentes genésicos y a la unidad.

También se infiere, finalmente, que todo primo es realmente una construcción progresivo-regresivo, a partir de primos genésicos antecedentes.

Referencias

Hawkin, Stephen. (2015). *Dios Creó los Números. Los Descubrimientos matemáticos que cambiaron la Historia*. Barcelona: Crítica, Barcelona.

Gracián, Enrique. (2017). *Los Números Primos, un largo camino al infinito*. España: Libros maravillosos.

Prieto de Castro, Carlos. (2013) *Los Números Primos, Hechos y Congeturas. Universidad Autónoma de México, 2do Encuentro con los Números.* Antigoquía, Colombia: Envigado.

Stewart, Ian. (2017) *Números Increíbles*. España: Crítica.

Stewart, Ian. (2011). *Las Matemáticas de la Vida*. España: Crítica.

Stewart, Ian. (2012). *La Historia de las Matemáticas*. España: Planeta, España.